

Problema general

Sabiendo que $p(x)$, $q(x)$ son polinomios y $p(a) = q(b) = 0$, encontrar los polinomios $r(x)$ que cumplan:

- a) $r(a+b) = 0$
- b) $r(a-b) = 0 = 0$
- c) $r(ab) = 0$
- d) $r(a/b) = 0$

Solución general

- a) Se plantea el sistema $p(x-y) = q(y) = 0$, y se elimina y .
- b) Se plantea el sistema $p(x+y) = q(y) = 0$, y se elimina y .
- c) Se plantea el sistema $p(x/y) = q(y) = 0$, y se elimina y .
- d) Se plantea el sistema $p(xy) = q(y) = 0$, y se elimina y .

Ejemplo

Sean $p(x) = x^2 - 2$ y $q(x) = x^2 - 3$. Los números $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ son, respectivamente, una de sus raíces. Queremos encontrar un polinomio que tenga por raíz su suma:

$$\left. \begin{array}{l} (x-y)^2 - 2 = 0 \\ y^2 - 3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$